

Hertentamen Golven en Optica – 19 april 2012

P. Dendooven

Dit tentamen bevat 4 opgaven op 4 pagina's

Opgave 1 (10 punten). Energietransport door een elektromagnetische golf

De energiedichtheid (eenheid: J/m^3) van een elektrisch veld met grootte E , in vacuüm, wordt gegeven door:

$$u_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$

De energiedichtheid (eenheid: J/m^3) van een magnetisch veld met grootte B , in vacuüm, wordt gegeven door:

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

(ϵ_0 : elektrische permittiviteit van het vacuüm; μ_0 : magnetische permeabiliteit van het vacuüm)

Vragen:

- Toon aan, op basis van de eigenschappen van een elektromagnetische golf, dat de energiedichtheden van het elektrische en magnetische veld geassocieerd met een elektromagnetische golf gelijk zijn: $u_E = u_B$.
- Leid een uitdrukking af voor de zogenaamde Poynting-vector die de richting en grootte van de momentane energiestroom (energie per tijdseenheid per oppervlakte-eenheid, uitgedrukt in $\text{J}/(\text{s m}^2)$ of W/m^2) van een elektromagnetische golf beschrijft.
Hint: Beschouw de energie die in een tijdsinterval Δt door een oppervlak A stroomt.

(opgave 2 op de volgende pagina)

Opgave 2 (10 punten). Intensiteitspatroon lijnbron en diffractie aan een enkelvoudige spleet

Veronderstel een lijnbron met constante intensiteit per lengte-eenheid en constante fase langs de bron (coherent dus). In de Fraunhoferbenadering wordt het intensiteitspatroon van dergelijke lijnbron gegeven door:

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \equiv I(0) \operatorname{sinc}^2 \beta, \text{ waarbij } \beta = \frac{kD}{2} \sin \theta \text{ met } k \text{ het golfgetal}$$

$\left(k = \frac{2\pi}{\lambda} \right)$. D is de lengte van de lijnbron en θ de hoek met het xz -vlak, zie onderstaande figuur uit Hecht.

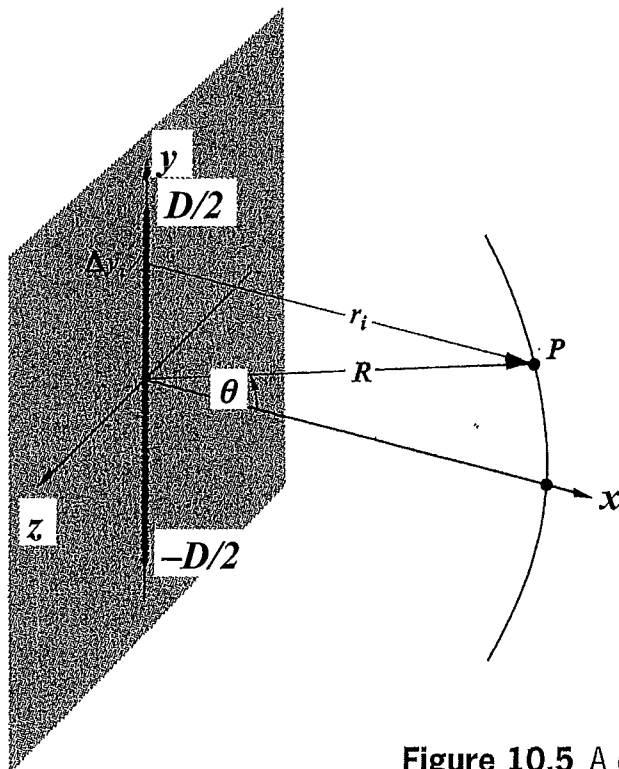


Figure 10.5 A coherent line source.

Vragen:

- Bespreek het intensiteitspatroon voor het geval $D \gg \lambda$ (lengte van de lijnbron veel groter dan de golflengte).
- Bespreek het intensiteitspatroon voor het geval $D \ll \lambda$ (lengte van de lijnbron veel kleiner dan de golflengte).

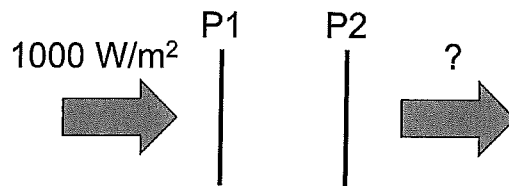
Hint voor a) en b): denk na over welk type bron een identiek patroon oplevert.

- Hoe kan het resultaat van a) gebruikt worden om het diffractiepatroon $I(\theta)$ van een lange ($D \gg \lambda$) enkelvoudige spleet met breedte b af te leiden? Bespreek de procedure en geef het resultaat. (Merk op: hiervoor is geen rekenwerk vereist.)

(opgave 3 op de volgende pagina)

Opgave 3 (8 punten). Lineaire polarisatoren

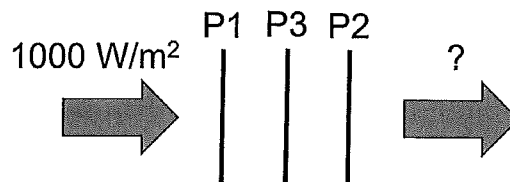
Natuurlijk licht met een intensiteit van 1000 W/m^2 valt in op twee na elkaar geplaatste lineaire polarisatoren P1 en P2 (zie onderstaande figuur).



Polarisator P1 heeft een polarisatierichting van $+20$ graden t.o.v. de verticale, polarisator P2 heeft een polarisatierichting van $+50$ graden t.o.v. de verticale.

Vraag a: Wat is de intensiteit van het licht na P1 en na P2 ?

Nu wordt een derde lineaire polarisator P3 met een polarisatierichting van -25 graden t.o.v. de verticale tussen P1 en P2 geplaatst (zie onderstaande figuur).



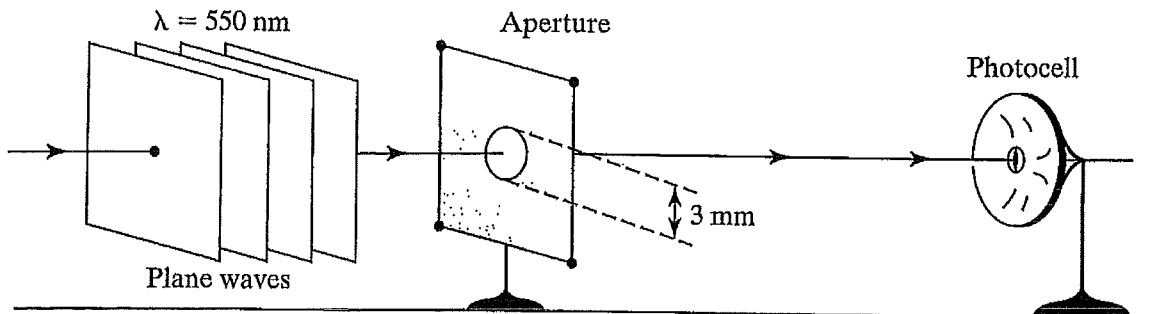
Vraag b: Wat is de intensiteit van het licht na P3 en na P2 ?

Merk op: de polarisatierichting t.o.v. de verticale wordt met een positief of negatief getal uitgedrukt. Het '+' en '-' teken geven tegengestelde richtingen t.o.v. de verticale weer: met de klok mee en tegen de klok in.

(opgave 4 op de volgende pagina)

Opgave 4 (7 punten). Fresnel diffractie aan een cirkelvormige opening

Een cirkelvormige opening (*aperture*) met een diameter van 3 mm in een ondoorschijnend scherm wordt belicht door vlakke golven (*plane waves*) met een golflengte van 550 nm. Een kleine lichtsensor (*photocell*) bevindt zich op de centrale as. Één en ander wordt verduidelijkt in onderstaande figuur.



Vraag:

Bepaal de positie (afstand tot de opening) van de eerste twee maxima en minima die de lichtsensor waarneemt terwijl deze langs de centrale as, beginnende op grote afstand (waar Fraunhoferdiffractie geldt), naar de opening toe wordt bewogen.

Gebruik hierbij de volgende uitdrukking voor de straal van de m -de Fresnelzone:

$$R_m^2 = m r_o \lambda,$$

met r_o de afstand tot de opening en λ de golflengte van het gebruikte licht.